



Hinweise zur mündlichen Abiturprüfung (Präsentationsprüfung)

## Präsentationsprüfung im Fach Mathematik

### Hinweis zur Gliederung der illustrierenden Präsentationsprüfung

Die folgende Beispielprüfung zeigt die Struktur einer Präsentationsprüfung exemplarisch auf. Sie enthält **Materialien für Schülerinnen und Schüler** (Aufgabenstellung und Materialien) sowie **Materialien für Lehrkräfte**. Gemäß Nr. 10.3 EB-AVO-GOBAK sind diesbezüglich in durchzuführenden Prüfungen ausschließlich die erwarteten Leistungen verpflichtend aufzuführen. Zur besseren Orientierung sind hier jedoch weitere Aspekte enthalten (Angaben zum unterrichtlichen Zusammenhang, Hinweise zum Inhalt der Dokumentation).



Material für Schülerinnen und Schüler

## Modellierung von Flugüberbuchungen

### Allgemeiner Hinweis

Die Lösungen dieser Prüfungsaufgabe sind durch einen medial gestützten Vortrag (Dauer: ca. 15 min) zu präsentieren.

### Aufgabenstellung

a) Erläutern Sie im Zusammenhang des Themas den Begriff *no-show*.

Gehen Sie für Ihre Modellierung davon aus, dass eine Person, die ein Flugticket gekauft hat, mit einer Wahrscheinlichkeit von 91,8 % für den Flug eincheckt und mitfliegen möchte.

b) Führen Sie mit ihrem digitalen Mathematikwerkzeug zehn Simulationen für eine Flugüberbuchung mit 143 verkauften Tickets bei 130 zur Verfügung stehenden Plätzen durch, indem Sie die Anzahl der Personen bestimmen, die für den Flug einchecken. Bestimmen Sie das arithmetische Mittel der Simulationsergebnisse. Vergleichen Sie den Wert mit der theoretisch zu erwartenden Anzahl.

c) Erläutern Sie, welche Wahrscheinlichkeit mit dem Term  $\binom{n}{k} \cdot 0,918^k \cdot 0,082^{n-k}$  im Sachzusammenhang berechnet werden kann.

Die EU hat rechtlich geregelt, welche Ausgleichsleistungen Fluggesellschaften im Falle einer Überbuchung zu erbringen haben:

#### Kurzfassung des EU-Erlasses zu den Fluggastrechten (vgl. EU-Verordnung Nr. 261/2004)

Kann ein Fluggast aufgrund von Überbuchungen nicht befördert werden, ist die Fluggesellschaft verpflichtet das Flugticket in voller Höhe zu erstatten. Hinzu kommen weitere finanzielle Ausgleichsleistungen in Abhängigkeit von der Streckenlänge:

Flüge bis 1500 km:	250 €
Flüge zwischen 1500 und 3500 km:	400 €
Flüge über 3500 km:	600 €

Zusätzlich sind Versorgeleistungen (Essensgutscheine, evtl. sogar Hotelunterbringung, etc.) zu entrichten.

d) Wählen Sie eine real existierende Flugverbindung (Anzahl der Flugplätze; durchschnittlicher Preis pro Ticket) aus und verwenden Sie für ihre Modellierung die obige no-show-Rate (Fluggesellschaften ermitteln für ihr Flugrouten die no-show-Raten, veröffentlichen sie i.d.R. aber nicht).

Erläutern Sie, wie auf dieser Grundlage unter Berücksichtigung ggf. zu zahlender Ausgleichsleistungen der zu erwartende Mehrertrag berechnet werden kann, wenn ca. 5% mehr Tickets als vorhandene Flugplätze verkauft werden.

Geben Sie den entsprechenden Erwartungswert an.



- e) Bestimmen Sie im Hinblick auf die Maximierung der zur erwartenden Einnahmen für die in d) gewählte Flugverbindung eine begründete Empfehlung bzgl. der optimalen Überbuchungszahl und erläutern Sie Ihr Vorgehen.
- f) Führen Sie mit ihrem digitalen Mathematikwerkzeug eine Simulation für eine Flugüberbuchung mit den Bedingungen aus e) durch, berechnen Sie den Mehrgewinn der Fluggesellschaft für den simulierten Flug und vergleichen Sie diesen mit dem in e) berechneten Erwartungswert.

Hinweise zur schriftlichen Dokumentation

Die Dokumentation soll einen Umfang von drei Seiten (DIN A4, Zeilenabstand 1,5, Schrifttyp Arial) nicht überschreiten und folgende Elemente enthalten:

- Name, Thema, Prüfungsjahrgang, Schule, Prüfer\*in
- Angaben zur geplanten Struktur des mediengestützten Vortrages (Gliederung)
- Angaben zur geplanten inhaltlichen Ausrichtung (inhaltliche Schwerpunkte, grundlegende Lösungsansätze)
- voraussichtlich verwendete Präsentationsmedien
- verwendete Quellen (z. B. ein Schulbuch, ein Fachaufsatz und eine angemessene Internetquelle)
- Erklärung zur Eigenständigkeit der erbrachten Leistung



Material für Lehrkräfte

## 1. Dokumentation zur Aufgabenstellung

Die Dokumentation zu dieser Aufgabe sollte folgende Aspekte beinhalten:

- stichwortartige Antworten zu den Aufgabenteilen a), b) und c)
- Angabe der Modelldaten für Aufgabenteil d), z. B.: Lufthansa Flug 2095 Hannover – München mit Airbus A319 (138 Sitze), Preis für einfachen Flug: 163 Euro
- Darstellung der Berechnungen und Lösungen zu den Aufgabenteilen d), e) und f)

## 2. Erwartungshorizont

Bei der Bewertung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf

		AFB
a)	<p>Der Begriff no-show ist der englische Ausdruck für Nichterscheinen. Als no-shows gelten zum Beispiel bei Fluggesellschaften Personen, die trotz ihrer Reservierung weder zum Flug erscheinen, noch ihre Reservierung abgesagt haben.</p> <p>Um eine maximale Auslastung ihres Angebots zu erreichen, kalkulieren Veranstalter gelegentlich no-shows ein und vergeben mehr Plätze als tatsächlich vorhanden sind.</p>	I



b)	<p>Durchführung von zehn Simulationen einer mit <math>n = 143</math> und <math>p = 0,918</math> binomialverteilten Zufallsgröße und Vergleich des arithmetischen Mittels der Simulationsdaten mit dem Erwartungswert der Zufallsgröße. Zum Beispiel für den TI-84 heißt das:</p> <p><math>\text{randBin}(143,0.918,10) \rightarrow L1</math> ergibt z. B. 125, 127, 139, 132, 133, 138, 131, 138, 131, 136 und <math>\text{sum}(L1)/10</math> ergibt 133,0.</p> <p>Vergleich mit <math>\mu = 143 \cdot 0,918 = 131,274</math> zeigt, dass das arithmetische Mittel der Simulationsdaten in der Nähe des Erwartungswerts liegt.</p>	I/II
c)	<p>Aufgrund der Vorgabe, dass ein (zufällig ausgewählter) Flugpassagier, der ein Flugticket gekauft hat (unabhängig vom Erscheinen der anderen Fluggäste) mit einer Wahrscheinlichkeit von 91,8 % für den Flug eincheckt, kann die Anzahl der Personen, die einchecken, mithilfe einer Binomialverteilung modelliert werden:</p> <p>Mit dem Term <math>\binom{n}{k} \cdot 0,918^k \cdot 0,082^{n-k}</math> kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass bei einem Flug, für den <math>n</math> Tickets verkauft wurden, genau <math>k</math> Fluggäste einchecken.</p>	II
d)	<p>Ausgewähltes Beispiel: Lufthansa Flug 2095 Hannover -&gt; München mit Airbus A319 (138 Sitze), Preis für einfachen Flug: 163 Euro</p> <p>Es wird davon ausgegangen, dass 5% der Plätze überbucht werden (<math>138 \cdot 0,05 \approx 7</math>). Falls <math>n = 138 + 7 = 145</math> Tickets für je 163 Euro verkauft werden, betragen die Mehreinnahmen zunächst 1141 Euro (<math>7 \cdot 163</math>).</p> <p>Modellannahme: Die Anzahl <math>X</math> der Personen, die einchecken, ist binomialverteilt mit <math>n = 145</math> und <math>p = 0,918</math>.</p> <p>Falls <math>X &gt; 138</math> fallen für jede Person, die nicht mitfliegen kann, neben der Erstattung des Ticketpreises (163 Euro) Ausgleichsleistungen von 250 Euro (Flug bis 1500 km) an. Zusätzlich werden für die Modellierung Versorgungsleistungen von 30 Euro angesetzt (von einer Hotelübernachtung wird nicht ausgegangen, da der ausgewählte Zielflughafen (München) täglich mehrfach angefliegen wird). Für den zu erwartenden Mehrgewinn <math>G</math> bei 145 verkauften Tickets gilt damit:</p> $E(G) = 1141 - \sum_{i=1}^7 i \cdot (163 + 250 + 30) \cdot P(X = 138 + i) \approx 1110,41$ <p>wobei <math>P(X = 138 + i) = \binom{145}{138 + i} \cdot 0,918^{138+i} \cdot 0,082^{7-i}</math></p>	II



e)	<p>Zur Bestimmung der optimalen Überbuchungszahl <math>k</math> wird der Mehrgewinn <math>G_k</math> bei <math>k</math> mehr verkauften Tickets betrachtet:</p> $E(G_k) = k \cdot 163 - \sum_{i=1}^k i \cdot 443 \cdot P(X = 138 + i)$ <p>wobei <math>P(X = 138 + i) = \binom{138 + k}{138 + i} \cdot 0,918^{138+i} \cdot 0,082^{k-i}</math></p> <table border="1" data-bbox="258 654 1294 752"><tr><td><math>k</math></td><td>10</td><td><b>11</b></td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td><math>E(G_k)</math></td><td>1413,42</td><td><b>1444,78</b></td><td>1432,49</td><td>1375,78</td></tr></table> <p>Bei 11 mehrverkauften Tickets ist ein maximaler Mehrgewinn zu erwarten.</p>	$k$	10	<b>11</b>	12	13	$E(G_k)$	1413,42	<b>1444,78</b>	1432,49	1375,78	III
$k$	10	<b>11</b>	12	13								
$E(G_k)$	1413,42	<b>1444,78</b>	1432,49	1375,78								
f)	<p>Simulation einer mit <math>n = 138 + 11</math> und <math>p = 0,918</math> binomialverteilten Zufallsgröße und Berechnung des Mehrgewinns der Fluggesellschaft für den simulierten Flug sowie Vergleich mit dem in e) berechneten Erwartungswert.</p> <p>Zum Beispiel für den TI-84 heißt das: <code>randBin(149,0.918,1)</code> liefert z.B. den Wert 145. Dies stellt keinen Mehrgewinn, sondern einen Verlust <math>(11 \cdot 163 - (145 - 138) \cdot 443 = -1308)</math> dar. Dieses Simulationsergebnis weicht deutlich vom Erwartungswert aus e) ab.</p>	II										